Planeamiento Estratégico Dinámico

Evaluación de Opciones: Teoría

Esquema

- Remuneraciones de opciones
- Influencias en el valor de opciones
  - Valor y volatilidad de título; tiempo disponible
- Temas básicos en evaluación: aversión al riesgo
- Enfoque alternativo a la evaluación
  - Análisis de Decisión vs. Análisis de Opciones
- Evaluación por réplica
- Ecuación de Black-Scholes
- Binomial generalizada
- Rol crucial de tasa de descuento sin riesgo
- Resumén

Decubriendo las Fuentes de Valor en Opciones

- Trabajando hacia determinación de un valor exacto para las opciones
- Necesidad de construir paulatinamente hasta llegar a la evaluación
  - Identificar características interesantes
  - Examinar influencias de valor
  - Incorporar conclusiones en un marco de evaluación
- Empezar por entender remuneraciones de opciones
  - Estructura de remuneración influencia valor
  - Sin embargo, remuneración y valor son diferentes

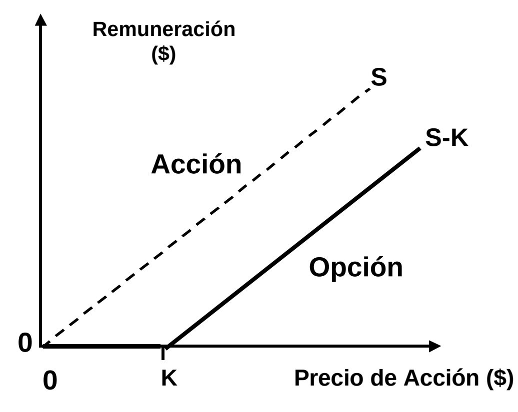
Recordar Definiciones de Opciones

- S = precio de acción en cualquier momento
- S* es el precio en el momento en que opción es ejercida
- K = precio ”strike” por el cual acción puede ser comprada (“call”) o vendida (“put”)
- T = tiempo remanente hasta la expiración de la opción
- ß = desviación estándar de retornos de la acción (volatilidad)
- R = tasa de interés sin riesgo

Remuneración de Opción “Call”

- Si es ejercida, dueño de opción “call”compra acción por un determinado precio
  - Obtiene acción valuada en S* doláres
  - Paga precio “strike” de K doláres
  - Posición neta= S*–K
- Si no es ejercida, remuneración neta es cero
- Máximo de 0 o S*–K = remuneración neta de “call”
- Remuneración neta de “call” = max [0, S*–K]

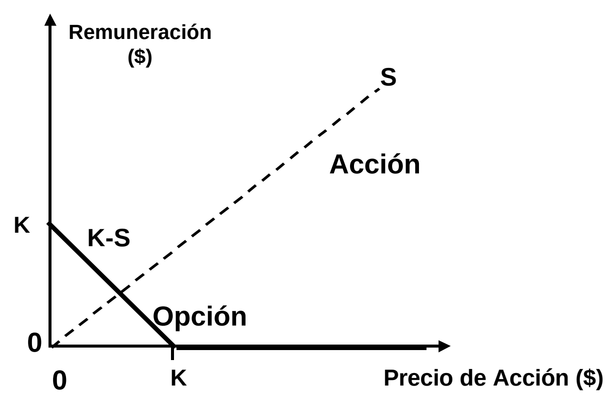
Diagrama de Remuneración para Opción “Call”



Remuneración de Opción "Put"

- Si es ejercida, dueño de opción "put" vende acción por un determinado precio
  - Vende acción valuada en S* doláres
  - Recibe precio"strike" de K doláres
  - Posición Neta= K–S*
- Si no es ejercida, remuneración neta es cero
- Remuneración neta para "put" = max [0, K–S*]

Diagrama de Remuneración de Opción "Put"



Evaluación de Opciones

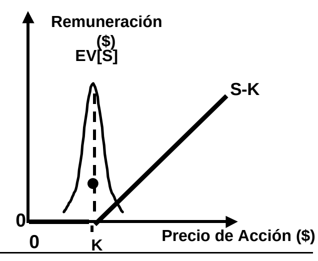
- ¿Cuánto pagar para adquirir una opción?
- Diagramas de remuneración muestran que para un precio “strike” dado
  - Remuneración de “Call” aumenta con precio de acción
  - Remuneración de “Put” disminuye con precio de acción
- Remuneración inmediata puede no reflejar valor
  - Dueño ejercita sólo cuando le es ventajoso
  - Debe comparar valor de ejercicio inmediato con esperar

¿Porqué remuneración inmediata y valor pueden diferir?

- Considerar una opción ”at the Money” (S=K)
  Remuneración de ejercicio inmediato es cero
  Remuneración Positiva puede ser obtenida si se espera
  Peor resultado de esperar es remuneración cero (Mismo que ejercicio inmediato)

Valor en la Abilidad de Esperar no Está Reflejada en Ejercicio Inmediato

• = valor de opción



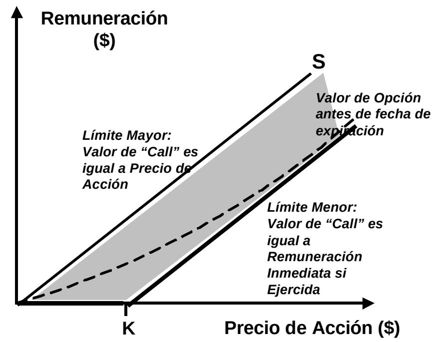
Reducción de rango: límites en el precio

- **Algunos Límites Lógicos al Precio de una "Call" Americana**

Precio $\geq$ 0
De otra manera comprar opción inmediatamente

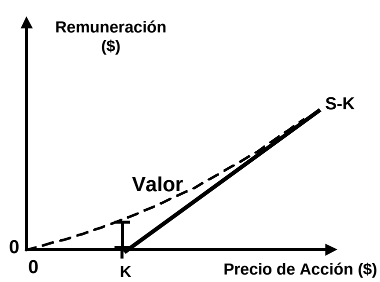
Precio $\leq$ S
Acción Rinde S*
Opción Rinde S*- K
Opción vale menos que acción

Precio $\geq$ S - K
O Comprar y Ejercer Inmediatamente



Examinar Valor para todos los Precios de la Acción I

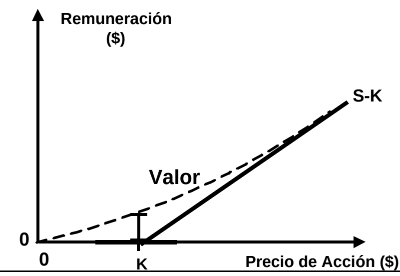
- **Valor es mayor que remuneración de ejercicio inmediato**
- **Se aproxima asimptoticamente a remuneración para S grandes**
  - **Incentivo para asegurar ganacias son significativos**



Examinar Valor para todos los Precios de la Acción II

- Se aproxima a cero a medida que precio de acción se acerca a cero
  - Opción no tiene valor si el precio de la acción es cero

- ¿Qué influencia la diferencia entre el valor y la remuneración inmediata?



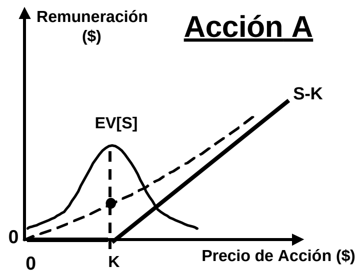
Impacto del Tiempo

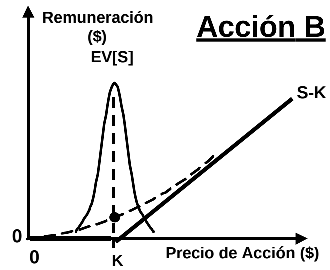
- Mayor tiempo hasta expiración aumenta el valor de la opción
  - Abilidad de esperar permite que dueño de la opción se beneficie de retornos asimétricos
  - Una opción americana a largo plazo contiene una opción a corto plazo y más tiempo
- Comparar una “call” americana de 3 y 6 meses
  - Se puede ejercer la “call” de 6 meses al mismo tiempo que la de 3 meses
  - Se puede esperar más con la de 6 meses
  - ¿Cuál es más valiosa?
- Impacto del tiempo es menos claro para opciones europeas
  - Obligado a esperar para ejercer
  - Se puede perder oportunidades de rentabilidad

Valor de Opciones aumenta con Volatilidad

- **Dos opciones "at the Money" (S=K)**
  Ambas tienen un chance de 50% de tener una remuneración de cero
  Mayor Volatilidad Ofrece Más Oportunidades para Remuneraciones Mayores

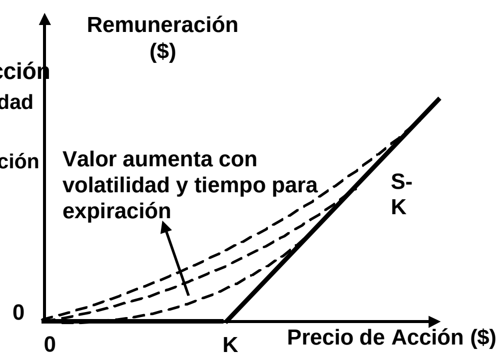
  Retornos asimetricos favorecen variación grandes (Pérdidas Limitadas)





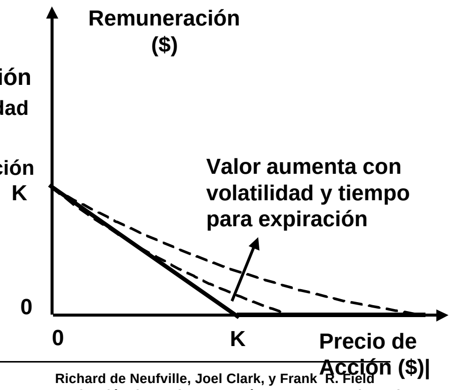
Valor de Opción Americana "Call" Generalizada

- Para un precio "strike" determinado, valor de una opción "call" aumenta con
  - Aumentos en el precio de la acción
  - Volatilidad
  - Tiempo
- Mayor precio de la acción
  - Reduce la probabilidad de remuneración
  - Reduce valor de opción "call"



Valor de Opción Americana “Put” Generalizada

- Para un precio “strike” determinado, valor de una opción “put” aumenta con
  - Reducción en el precio de la acción
  - Volatilidad
  - Tiempo
- Mayor precio de la acción
  - Aumenta la probabilidad de remuneración
  - Aumenta valor de opción “put”



Resúmen de Influencias de Valor de Opciones

- Remuneraciones de opciones
- Valor aumenta con valor del título, disponibilidad del tiempo
- Valor de la opción aumenta con volatilidad
  - Más riesgo => Más valor
- Aumento en valor con volatilidad es punto clave,
- Contraintuitivo para la mayoría de la gente
- Explicación intuitiva: Seguro es más valioso cuando el riesgo es mayor

Tema Básico en Evaluación: Aversión al Riesgo

- Fenómeno de aversión al riesgo
  - Gente evalúa resultados no linealmente (utilidad = $ exp a)
  - E.G.: Más de $1000 de ganancia requerido para balancear pérdida de $1000 loss
  - Equivalente a aversión al riesgo
- Utilidad es una manera de reflejar este fenómeno
- CAPM es otra alternativa
  - Tasa de descuento aumenta con riesgo
  - Proyectos con más riesgo (posibilidad de pérdidas) tienen que tener retornos mayores
- Cada método tiene su ventajas
  - CAPM trata mejor los riesgos financieros
  - Utilidad trata mejor aspectos no financieros|

Otras Alternativas para el Manejo de Aversión al Riesgo

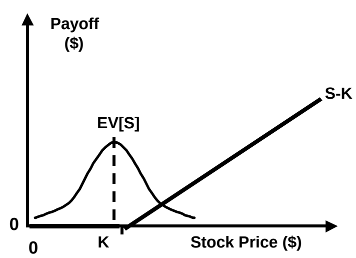
- Dos maneras para manejar esto para evaluación
  - Dos parámetros que pueden ser variados:
  - Probabilidad de eventos
  - Monto de resultado
- Análisis de Decisión funciona con resultado
  - Probabilidades no se tocan
  - Monto del resultado es transformado en utilidad del resultado
- Análisis de opciones funciona con riesgo y tasa de descuento
  - Más tarde discusión del procedimiento

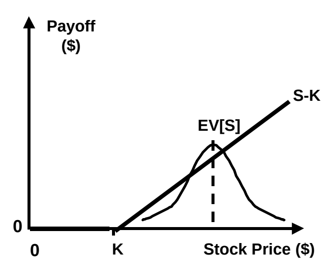
Deficiencias de Análisis de Decisión para la Evaluación de Opciones

- Inabilidad práctica para el manejo de riesgos
  - Precios varian rápidamente hacia arriba y abajo
  - Número excesivo de caminos (e.g.: Combustión doble)
- Tema teórico: ¿Qué tasa de descuento?
  - Se debe usar una tasa ajustada por el riesgo (CAPM), PERO
  - Precios de acción cambian contínuamente y impredeciblemente
  - Riesgo de opción cambia con precio de acción
  - No se puede predecir riesgo de opción en el tiempo
  - No hay una sóla tasa que se aplique
- Métodos de opciones tratan variaciones de riesgo
- Enfoque de opciones es mejor cuando es práctica (no siempre para sistemas reales)

Porque riesgo de opción cambia impredeciblemente Ejemplo de Opción “Call”

- Remuneración se convierte en más cierta con un mayor S
  Posibilidad de perder inversión completa disminuye
  Disminuye volatilidad (Riesgo)





- Riesgo de Opción Cambia con cambios S
- Precio de Acción Cambia Continuamente e Impredeciblemente

Evaluación por Réplica

- Un enfoque es replicar remuneración de opciones usando otros títulos
  - Si remuneraciones finales son las mismas, entonces
  - El valor inicial de estos títulos y la opción deben ser iguales
- Idea esencial: una opción implícitamente envuelve dos acciones
  - Opción “Call”: como comprar una acción con dinero prestado
  - Opción “Put”: como vender una acción con dinero prestado
- La clave es encontrar los títulos exáctos de réplica que pueden ser evaluados directamente

Replicando una Opción “Call”

- Si es ejercida, opción “call” resulta en propiedad de la acción
  - Dueño de opción controla efectivamente la acción
- Pago por la acción se retrasa hasta el ejercicio de la opción
  - Pagos retrasados son esencialmente préstamos
- Opciones “Call” son como comprar acciones con dinero prestado
- Utilizar esta analogía para estimar valor de opción

Un Ejemplo de un Periodo (Opción “Call”)

- **Acción**
  - Precio actual = $100
  - Precio al final del periodo es $80 ó $125
- **Opción “call” de un periodo**
  - Precio “Strike” = $110
- **Suponer fondos pueden ser prestados a la tasa sin riesgo**
  - Tasa sin riesgo de un periodo= 10%
- **Identificar condiciones donde remuneraciones al final del periodo son iguales**
  - Comprando acciones y prestandose dinero
  - Comprando opciones “call”
- **Entonces, valores iniciales deben ser iguales**

Opción “Call”: Costo y Remuneraciones

- **Pagar C doláres para adquirir opción**
- **Si S>K, remuneración de “call” = S - K**
- **Si S<K, remuneración de “call “= 0**

	Start (Stock = 100)	End (Stock = 80)	End (Stock = 125)
Buy Call Strike = 110	- C	0	(125 - 110) = 15

Comprar Acción y Préstamo: Costo y Remuneraciones

- Comprar acción y prestarse dinero para tener remuneraciones iguales a las de opción
- Si S>K, acción y pago de deuda hacen un retorno positivo
  - Encontrar cociente para que acción y pagos sean igual a retornos de opción
- Si S<K, queremos acción y pago den cero

	Start (Stock = 100)	End (Stock = 80)	End (Stock = 125)
Buy Stock	-100	80	125
Borrow Money	80/(1+r)	- 80	- 80
Net	-100 + 80/(1+r)	0	45

Comparar costos y remuneraciones

- Si S>K, Acción y Préstamo Rinden Más que "Call"
  Cociente de Retornos en este Caso es 3:1

  Si S<K, Retornos son Iguales
  Comprando 3 "Calls" Debe Igualar Remuneraciones

	Start (Stock = 100)	End (Stock = 80)	End (Stock = 125)
Buy Call (Strike = 110)	- C	0	(125-110) = 15

	Start (Stock = 100)	End (Stock = 80)	End (Stock = 125)
Buy Stock and Borrow	-100 + 80/(1+r)	0	45

Igualando Costos y Remuneraciones

- **Remuneraciones iguales sugieren que costos iniciales deben ser iguales**
  - **De otra manera, posibilidad de "arbitrage"**

	Start (Stock = 100)	Start (Stock = 80)	End (Stock = 125)
Buy 3 Calls Strike = 110	-3C	3*0 = 0	3*(125 - 110) = 45

	Start (Stock = 100)	Start (Stock = 80)	End (Stock = 125)
Buy Stock and Borrow	100+80/(1.1)	0	45

- **3C = -100 + 80/(1.1), entonces C = $9.09**

Resúmen de Ejemplo de Un Periodo

- **Remuneración de Opción "Call" replicada usando acción y préstamo**
  - **Costo de préstamo y precio de acción son conocidos**
  - **Permite una evaluación del valor de la opción**

- **Información necesaria para la determinación del valor de una "call"**
  - **Precio de acción**
  - **Precio "Strike"**
  - **Tiempor (un periodo)**
  - **Volatilidad de acción (rango de precios finales)**
  - **Tasa de interés**

Modelos de Precio de Opciones

- Concepto del ejemplo es importante, debe ser extendido para ser práctico
  - Periodos Múltiples
  - Dividendos y otros retornos contínuos de la acción
- Presentar dos marcos de evaluación de opciones
- Black-Scholes
  - Fórmula razonablemente compacta
  - Determina precios para "calls" europeos solamente (supone que ejercicio ocurre sólo en fecha de expiración)
  - Puede ser modificada para incluir dividendos
- Un modelo binomial más general
  - Menos limitado en rango, más difícil de aplicar
  - Considera ejercicio en cualquier momento y dividendos

Fórmula de Precio de Opciones Black-Scholes I

- El valor de una "call" *europea* sobre una acción que no paga dividendos

$$C = S * n(d_1) - K * e^{-rt} * n(d_2)$$

S = precio actual de acción
K = precio "strike"
R = tasa de interés SIN RIESGO
T = tiempo hasta expiración
σ = desviación estándar de retornos de la acción
N(x) = distribución normal cumulativa estándar
D_1 = $LN [S/(K * e^{-rt})] / (\sigma * \sqrt{t}) + (\sigma * \sqrt{t})$
D_2 = $d_1 - (\sigma * \sqrt{t})$

Fórmula de Precio de Opciones Black-Scholes II

- Notar similitudes con ejemplo de réplica
  - Mismos factores requeridos
  - Volatilidad reemplaza resultados de la acción en el ejemplo de un periodo
  - Se asemeja a portafolio de réplica (comprar acción y prestarse)
- Derivación complicada, no es el enfoque aquí

Orígen de Modelo de Black-Scholes

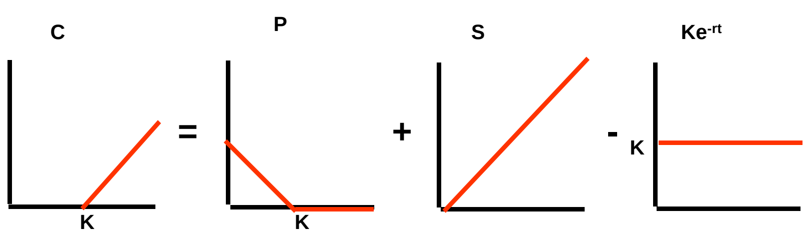
- Ejemplo de un periodo
  - Comparar valor de opción al final del periodo con valor del portafolio de acción y préstamo
  - Valor inicial de opción igual a valor inicial de portafolio
- Modelo Black-Scholes
  - Supone muchos periodos pequeños
  - Representa el límite a medida que el periodo de tiempo se acerca a cero
  - Calcula valor de opción “call” en base a moviemientos estadísticos de la acción descritos anteriormente
  - Supone que ejercicio antes de la fecha límites no es posible
- Necesidad de un modelo general
  - Abilidad de decidir quedarse o ejercer opción al inicio de cada periodo

Utilizando Modelo de Black-Scholes

- Esencialmente una sustitución y resolver fórmula
  - Progamada en la mayoría de calculadoras financieras
  - Común en la comunidad de Wall Street
- S, K, t son términos de la opción directamente divulgados
- R is tasa de descuento SIN RIESGO de la moneda del precio “strike”
- Volatilidad de acción debe ser estimada en base a datos históricos

Una Relación entre “Call” y “Puts”

- Paridad “Put-Call”
  - Valor de opción “Put” puede ser determinada indirectamente usando Black-Scholes
  - Para opciones europeas, para acciones que no pagan dividendos
    $C = P + S - ke^{-rt}$



Introducción de Dividendos en Black-Scholes

- Dos métodos de ajuste
- Supuesto de tasa de dividendo constante
  - Reemplazar S en la fórmula por $S*(1-d)^n$
    d = tasa de dividendo constante
    n = número de periodos de dividendos
- Estimación de valor presente de dividendos
  - Reemplazar S en fórmula por S-D
    D =valor presente de dividendos
- Paridad de "Put-Call" se convierte en

$$C = P + s*(1-d)^n - ke^{-rt}$$

o

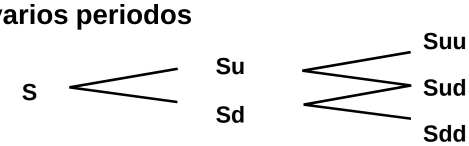
$$C = P + S - D - ke^{-rt}$$

Limitaciones de Black-Scholes

- Black-Scholes evalúa Opciones Europeas
- La mayor parte de opciones transadas y de opciones reales son de tipo americana
- Opciones Americanas pueden ser ejercidas en cualquier momento
  - En general, ejercicio temprano no es óptimo (porque opción es más valiosa que remuneración)
  - A menudo, una característica valiosa
- De manera amplia, un enfoque más general es necesario

Un Modelo Binomial General para Opciones

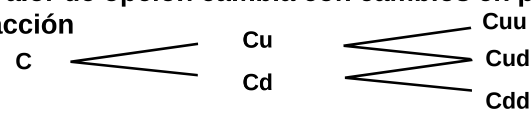
- **Ejemplo de opción “call” de un periodo**
  - Compara valor de opción con portafolio de acción y deuda
  - Si precio de acción sube, opción “call” tiene un valor positivo
  - Si precio de acción baja, opción “call” no tiene valor
- **En realidad, precio de acción cambia contínuamente en varios periodos**



u = up

d = down

- **Valor de opción cambia con cambios en precio de la acción**

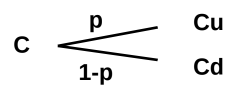


Procedimiento del Modelo Binomial General

- **Supone varios periodos**
- **Funciona hacia atrás desde la fecha de expiración**
- **Para cada periodo, se aplica metodología de evaluación de un periodo**
- **En cada nodo, compara**
  - Valor de opción
  - Remuneración de ejercicio inmediato
- **Política óptima determinada para cada periodo y precio de acción**
  - Seguir con opción por un periodo más
  - Ejercer inmediatamente

Resultados del Modelo Binomial General (Periodo Simple)

- **Valor de "call" si es tenida por un periodo**



C = [p*cu + (1-p)*cd]/(1+r)

donde, p es la probabilidad|

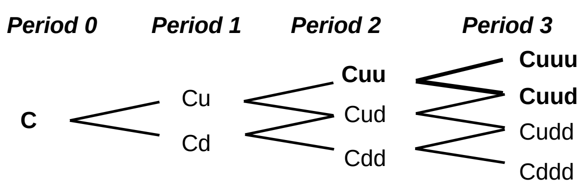
cu y cd determinados por volatilidad de la acción

- **Valor de opción es máximo de**
  - **Ejercicio inmediato**
  - **Tener un periodo más**
  - **Cero**

C = max{s-k, [p*cu + (1-p)*cd]/(1+r), 0}

Resultados del Modelo Binomial General (Varios Periodos)

- **Varios periodos son tratados como árbol de decisión**



- **Trabajar hacia atrás desde el último period hacia el primero para evaluar C**
- **Aplicar metodología de un periodo en cada nodo ejemplo:**
  cuu = max{suu-k, [p*cuuu + (1-p)*cuud]/(1+r), 0}

Comentarios sobre Modelo Binomial

- Modelo Binomial es una técnica recursiva
  - Empezar con valores del último periodo y trabajar hacia atrás hacia el presente
  - Fastidioso para cualquier cosa que no sean ejemplos cortos
  - Puede ser automatizado en programas de computación
- Notar la similitud con VPN
  - Estimar flujos de caja (valor de opción al final del periodo)
  - Descontar al presente (usando tasa sin riesgo)

$$C = [p*cu + (1-p)*cd]/(1+r)$$

Rol Crucial de la Tasa de Descuento sin Riesgo

- Tasa de descuento sin riesgo es utilizada en la evaluación de opciones
- Evaluación de opciones maneja aversión al riesgo ajustando la probabilidad y la tasa de descuento
  - En base a flujos de caja estimados,
  - En base a distribución probabilística de título
  - El Procedimiento ajusta la probabilidad de tal manera que...
  - Tasa Sin Riesgo sea apropiada
  - No hay necesidad de preocuparse por cual es la tasa de descuento ajustada por riesgo apropiada
- Lo genial de evaluación de opciones es precisamente la manera en que este ajuste es hecho
- Procedimiento de Opciones es “evaluación neutral al riesgo”
  - Concepto crítico en el campo de las derivadas

Resúmen de Evaluación

- Valor de Opciones aumenta con
  - Valor del título, tiempo disponible
  - ¡¡Riesgo correspondiente!!
- Procedimientos de Opciones utiliza evaluación neutral al riesgo
  - Ajusta probabilidades y flujo de caja para que tasa de descuento sin riesgo pueda ser usada
  - Versus ajuste de tasa de descuento y aplicación a flujos de caja
- Black-Scholes es compacta, pero limitada
  - Evalúa "calls" europeas
  - Paridad "put-call" funciona para evaluar "puts"
- Model Binomial más general
  - Técnica recursiva
  - Más complicada pero puede ser automatizada

Apéndice: Influecias observadas de precio de opción

- Lista combinada de influencias

  Precio de acción (S)
  Precio "Strike" (K)
  Tiempo hasta expiración (T)
  Tasa de interés sin riesgo (R)
  Rango (Volatilidad) de cambios en el precio de acción
  Dividendos (D)
  Opciones Americanas vs Opciones Europeas
  (Abilidad de ejercer temprano)

Apéndice: Impacto de Factores Individuales en Valor de Opción

Factor/Option Type	American Call	American Put	European Call	European Put
Underlying Price	+	-	+	-
Strike Price	-	+	-	+
Time to Expiration	+	+	?	?
Volatility of Underlying	+	+	+	+
Risk-free rate of interest	+	-	+	-
Dividends	-	+	-	+

Apéndice: Razón de Factores de Influencias I

- Precio de acción
  - Un precio mayor de la acción (S) en relación al precio "strike" (K),más probabilidades que una "call" ("put") esté "in (out of) the money"
- Precio "strike"
  - Un precio "strike" mayor (K) en relación al precio de la acción (S), menos probabilidades que una "call" ("put") esté "in (out of) the money"
- Tiempo hasta expiración
  - Para opciones americanas, una opción con una fecha más tardía de expiración es equivalente a otra opción con un término menor, más tiempo adicional
  - Opciones europeas no pueden ser ejercidas antes de su fecha de expiración, entonces tiempo adicional puede causar daño en relación a la opción con un término menor

Apéndice: Razón de Factores de Influencias II

- Volatilidad de precio de acción
  - Como opciones no tienen “downside” y un “upside” positivo, una mayor volatilidad aumenta las posibilidades de terminar “in the money”

- Tasa sin Riesgo
  - El precio “strike” es pagado o recibido en el futuro, y su valor presente es reducido por una mayor tasa de interés
  - Para “calls”, el precio “strike” es pagado en el futuro
  - Para “puts”, el precio “strike” es recibido en el futuro

- Dividendos:
  - Precios de acción se ajustan hacia abajo por pagos de dividendos. Esto reduce (aumenta) la probabilidad que un “call” (“put”) termine “in the money”