

Función de Producción

Esquema

- 1. Definición**
- 2. Eficiencia Técnica**
- 3. Representación Matemática**
- 4. Características**

Función de Producción - Modelo Básico para Ingeniería

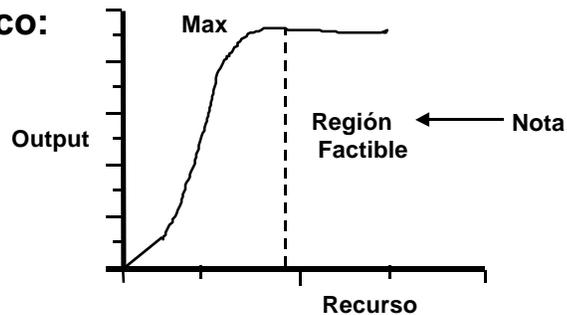
- **Definición:**
 - Representa la transformación técnicamente eficiente de recursos físicos en productos
- **Ejemplo:**
 - Uso de aeronaves, pilotos, combustible para el transporte de carga y pasajeros
- **Enfoque en producción unidimensional**

Eficiencia Técnica

- **Definición:**

- Producto máximo dado un conjunto de recursos $X = X_1 \dots X_n$

- **Gráfico:**



Representación Matemática- General

- **Dos Posibilidades**

- **Deductiva**

- Seleccionar ecuación adecuada
- Adaptar datos a la ecuación (de la mejor manera posible)
- Ventaja - fácil de usar
- Desventaja - exactitud mediocre

- **Inductiva**

- Sintetizar modelo del sistema a partir de conocimiento de los detalles
- Ventaja - Exactitud
- Desventaja - difícil de usar

c
o
n
t
r
a
s
t
a
r

Representación Matemática - Deductiva

- **Cobb-Douglas**

- $Y = a_0 \prod X_i^{a_i} = a_0 X_1^{a_1} \dots X_n^{a_n}$
- Fácil Interpretación : ‘ a_i ’ son físicamente significativos
- Fácil estimación estadística
 $\log Y = a_0 + \sum a_i \log X_i$

- **Translog**

- $\log Y = a_0 + \sum a_i \log X_i + \sum \sum a_{ij} \log X_i \log X_j$
- Más sutil, más realista

Representación Matemática - Inductiva

- **“Modelos de Ingeniería” de FP**

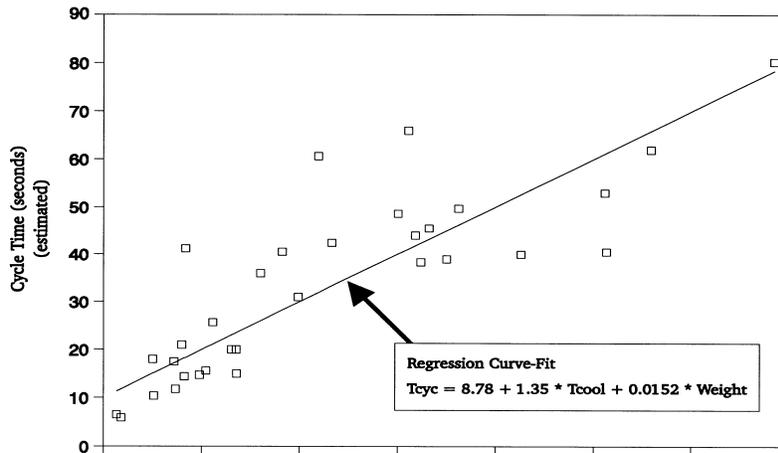
- **Expresiones analíticas**

- para campos de fuerza
- ej: transporte en fluidos, ríos
- Desventaja: no muy común

- **Simulación detallada**

- Desventajas
 - mucho tiempo en la elaboración
 - necesidad de datos
 - caro

Tiempo de Enfriamiento, Peso del Componente, y Correlación de la Duración del Ciclo



Planeamiento Estratégico Dinámico
Massachusetts Institute of Technology

Richard de Neufville, Joel Clark, y Frank R. Field
Funciones de Producción Transparencia 7 de 22

FP: Características

- Isocuantas
- Productos Marginales
- Tasa Marginal de Substitución
- Retornos de Escala
- Convexidad de la Región Factible

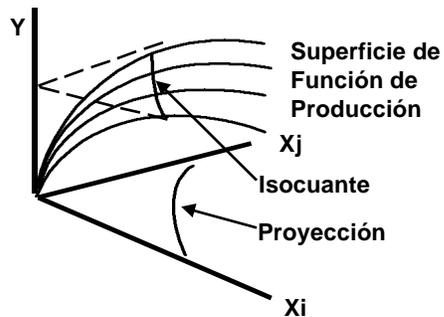
Planeamiento Estratégico Dinámico
Massachusetts Institute of Technology

Richard de Neufville, Joel Clark, y Frank R. Field
Funciones de Producción Transparencia 8 de 22

Características: Isocuantas

- **Definición:**
 - Contorno de producción igual en la función de producción

- **Gráfico:**



Características: Isocuantas (cont)

- **Nota:**
 - Todos (los muchos) puntos en el isocuante son técnicamente eficientes, y por ello, no hay una base técnica para la selección de uno de ellos
- **Economía (valores) son decisivos**

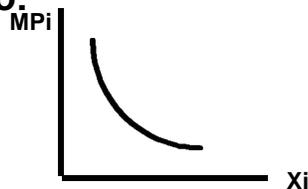
Características : Productos Marginales

- **Definición:**

- Producto Marginal es el cambio en producto en función de cambios en un sólo recurso

$$MP_i = \partial Y / \partial X_i$$

- **Gráfico:**



“Ley de Productos Marginales Decrecientes”

Características : Productos Marginales (cont)

- **Matemáticas:**

$$Y = a_0 X_1^{a_1} \dots X_i^{a_i} \dots X_n^{a_n}$$

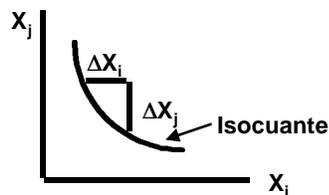
$$\partial Y / \partial X_i = (a_i / X_i) Y$$

$$= f (X_i^{a_i-1})$$

Producto Marginal Decreciente si $a_i < 1.0$

Características : Tasa Marginal de Sustitución

- **Definición:**
 - Tasa a la cual un recurso tiene que sustituir a otro para que el producto sea constante
- **Gráfico:**



Características : Tasa Marginal de Sustitución (cont)

- **Matemáticas:**
 - ya que $\Delta X_i MP_i + \Delta X_j MP_j = 0$
(no hay cambio en el producto)
 - entonces $MRS_{ij} = \Delta X_j / \Delta X_i$
 $= - MP_j / MP_i = - (a_j / a_i) (X_i / X_j)$
 - TRS is “pendiente” del isocuante

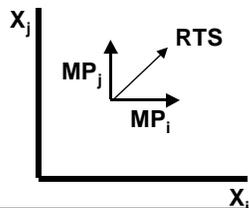
Características : Retornos de Escala

- **Definición:**

- Cociente de tasa de cambio en Y a la tasa de cambio en todos los X (cada X_i cambia por el mismo factor)

- **Gráfico:**

- Direcciones en las cuales la tasa de cambio en el producto es medida para PM y RDE



Características : Retornos de Escala (cont)

- **Matemáticas:**

$$\begin{aligned} Y' &= a_0 \pi X_i^{a_i} \\ Y'' &= a_0 \pi (s X_i)^{a_i} \\ &= Y'(s)^{\sum a_i} \end{aligned}$$

$$\text{RDE} = (Y''/Y')/s = s^{(\sum a_i - 1)}$$

$Y''/Y' = \% \text{ incremento en } Y$
if $Y''/Y' > s \Rightarrow \text{RDE positivos}$

Retornos de Escala Crecientes si $\sum a_i > 1.0$

Retornos de Escala Crecientes

- **Importancia en la Práctica:**
 - RDEC significa que unidades más grandes son más productivas que unidades más pequeñas
- **RDEC => concentración de la producción en unidades más grandes**

Retornos de Escala Crecientes (cont)

- **Ocurrencia en la Práctica:**
 - ¡Frecuente!
 - Generalmente presentes donde
 - Producto = f (volumen) y
 - Recursos = f (superficie)
 - Ejemplos:
 - Barcos
 - Gasoductos, cables
 - Plantas químicas
 - etc.

Características: Convexidad de la Región Factible

- **Definición:**
 - Región en convexa si no tiene esquinas que apuntan hacia adentro
- **Gráfico:**



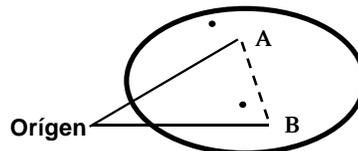
Características: Convexidad de la Región Factible (cont)

- **Matemáticas:** Si A, B son dos vectores entre dos puntos en la región

Convexa si todo

$$T = KA + (1-K)B \quad 0 \leq K \leq 1$$

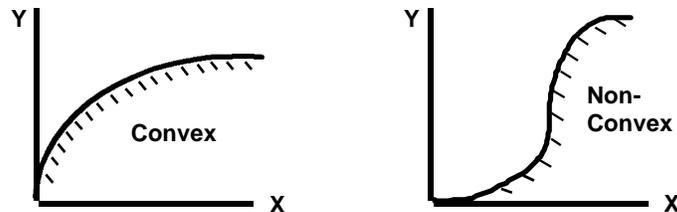
completamente en la región



- **Utilidad:** Optimización es mucho más fácil si la región factible es convexa

FP: Convexidad de Región Factible

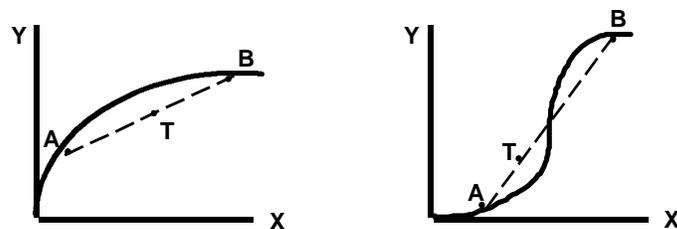
- R.F. es convexa si no hay esquina apuntando hacia adentro



- Convexidad => Optimización Fácil

FP: Convexidad de Región Factible (cont)

- Test para Convexidad: Dados A,B en FP
Si $T = KA + (1-K)B$ $0 \leq K \leq 1$
Convexa si todos T en la región



- Cobb-Douglas: $a_i \leq 1.0$ y $\sum a_i \leq 1.0$