Utilidad Multiatributo

- Objetivo: presentar un método práctico de obtener U(<u>X</u>)
- Motivación
- Base Axiomática
- Procedimiento
- Fórmula

Motivación

- Maldición de Dimensionalidad
  - Procedimiento para función de utilidad unidimensional puede, en teoría, ser aplicado a una función de utilidad de *n* dimensiones
  - Pero, considerar el número de puntos a ser evaluados si dividimos un rango de N dimensiones en cuartos

Dimensiones	Numero de puntos
1	5 - 2 = 3
2	(5)(5) - 2 = 23
3	(5)(5)(5) - 2 = 123

Base Axiomática

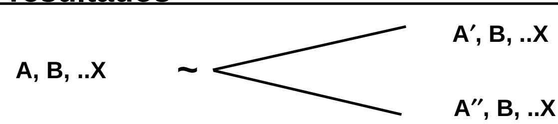
- **Independencia Preferencial- una condición ordinal**
  - El órden de preferencia entre cualquier 2 pares de resultados es constante, sin importar el nivel de otros resultados
  - Si $(X_1', X_2') > (X_1'', X_2'')$ para cualquier $(X_3', \ldots X_N')$
  - Ejemplo

    Yo prefiero más (1 taza de café, negro) que (2 tazas café, c/ azúcar), sin importar la riqueza
  - Consecuencia

    Se puede comparar dimensiones dos a la vez, independientemente de las otras

Base Axiomática (cont)

- **Independencia de Utilidad - una condición cardinal**
  - La intensidad relativa del valor para diferentes montos de un tipo de resultado es independiente del nivel de los otros resultados



Verdad para todo conjunto consistente de B, ..X

Base Axiomática (cont)

– Ejemplo

» Cuando estoy con hambre, prefiero 1 plato de comida con seguridad que una apuesta 50:50 de dos platos o nada, sin importar el nivel de ruido.

– Consecuencia

» Se puede evaluar $U(X_i)$ una vez y usarla para todo "cross sections" de U(X), sujeta a una transformación lineal

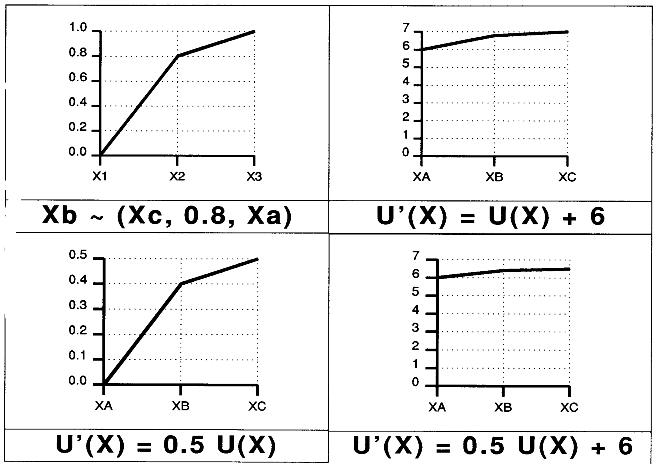
» "Forma" de $U(X_i)$ constante

Nota sobre "Constancia de Forma"

- Decir que una función de utilidad retiene su "forma" significa que la función de utilidad puede ser sometida a una transformación lineal constante, i.e. $U'(\underline{X}) = a\,U(\underline{X}) + b$

Nota sobre
“Constancia de Forma” (cont)

Examples



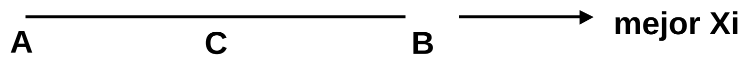
Procedimiento para U(X)

- **Establecer el rango de cada dimensión - X_i* a X_i**
- **Definir $X_* = (X_{1*}, ..., X_{n*})$ $U(X_*) = 0$**
  $X^* =$ (todo lo mejor) $U(X^*) = 1$
- **Establecer el valor relativo de cada dimensión:**

$(X_{*1}, ...X_i^*, ...X_{*n})$ ~ k_i X todo lo mejor; X todo lo peor

Procedimiento para U(X) (cont)

- Estimar $U(X_i)$ 1-dimensional;
  hacer escala de 0 -> 1 para cada caso
- Hacer escala de $U(X_i)$ 1-dimensional en U(X)
  Entre cualquier puntos de X

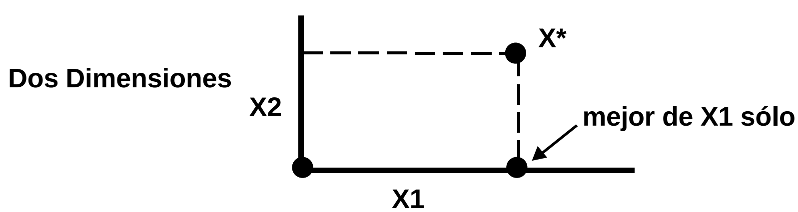


UC = UA + p(UB - UC)
p = proporción a partir de $U(X_i)$

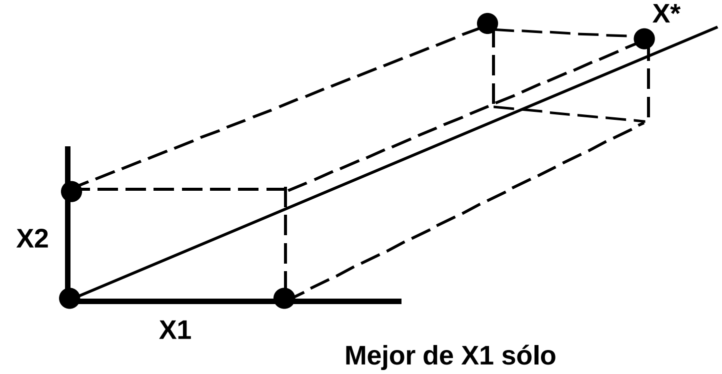
Establecer Valor Relativo de Cada Dimensión

- Balanceo entre “mejor” y “peor” sobre todo<u>X</u>
- Para “mejor” en una dimesión solamente

  Gráficamente



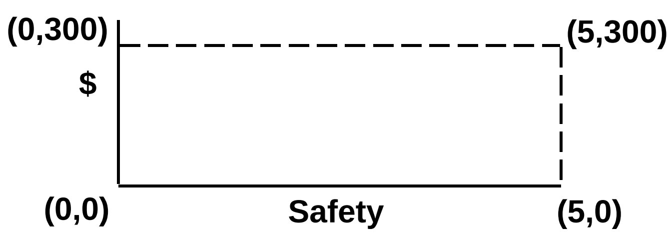
Establecer Valor Relativo de Cada Dimensión



Ejemplo de MAUA

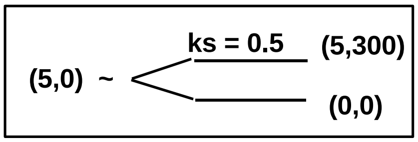
U(X) X1 = Seguridad X2 = Ganancia

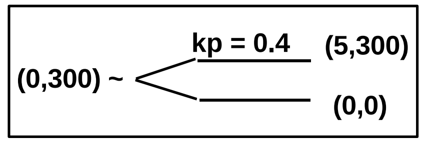
1. $X_{1*} = 0$; $X_1^* = 5$
   $X_{2*} = 0$; $X_2^* = 300$
2. U(0,0) = 0; U(5,300) = 1



Ejemplo de MAUA (cont)

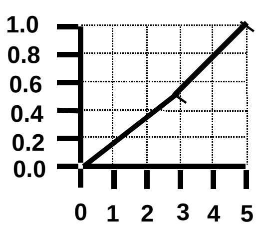
3.

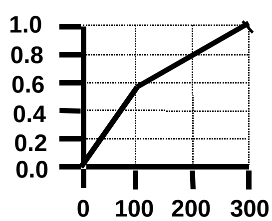


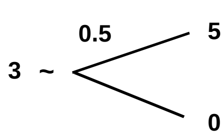


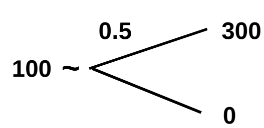
Ejemplo (cont'd)

4. Funciones de atributos simples



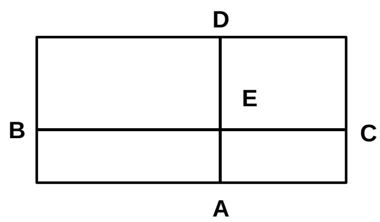






Ejemplo (cont)

5. **Evaluación**



UA = 0 + 1/2 (0.5 - 0) = 0.25
UB = 0 + 1/2 (0.4 - 0) = 0.20
UD = 0.4 + 1/2 (1 - 0.4) = 0.70
UC = 0.5 + 1/2 (1 - 0.5) = 0.75
UE = 0.25 + 1/2 (0.45) = 0.475
= 0.2 + 1/2 (0.55) = 0.475

Fórrmula

$$K\, U(\underline{X}) + 1 = \prod_i (K\, K_i\, U_i(X) + 1)$$

U(X) y U(X_i) todos en una escala entre 0 y 1

- **Para 2 dimensiones, expresiones cuadraticas hacen posible la solución directa de K**
  - $K = (1 - K_1 - K_2)/K_1K_2$
- **Para mayor número de dimensiones, soluciones iteractivas (e.g., método de Newton) son apropiadas**

Fórmula (cont)

$$K\,U(\underline{X}) + 1 = \prod_i (K\ Ki\ Ui(X) + 1)$$

- **Guías:**

  Si la suma de todo ki < 1 $K > 0$

  Si la suma de todo ki > 1 $-1 < K < 0$

  Si la suma de todo ki = 1 $K = 0$;

  $U(X) = \sum Ki\ Ui(Xi)$