Análisis Marginal

Esquema

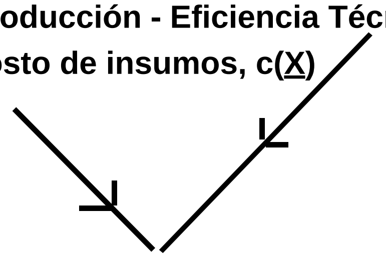
1. **Definición**
2. **Supuestos**
3. **Criterios del Punto Optimo**
   - Análisis
   - Interpretación
   - Aplicación
4. **Sendero de Expansión**
5. **Función de Costo**
6. **Economías de escala**

Análisis Marginal

- **Forma básica para la optimización del diseño**
- **Combina:**

Función de Producción - Eficiencia Técnica

Función de costo de insumos, c(<u>X</u>)



Eficiencia Económica

Supuestos de Análisis Marginal

- Región Factible es convexa
  (en la porción relevante)
- Sin restricciones en los recursos
- Los modelos son analíticos
  (Sólo la derivación del resultado es necesaria)

Condiciones del Punto Optimo para el Diseño, por Análisis Marginal

El Problema:

Min $C(Y') = c(\underline{X})$ función de costo

s.a. $g(\underline{X}) = Y'$ función de producción

vector de recursos

Producción

El Lagrange:

$$L = c(\underline{X}) - \lambda\,[g(\underline{X}) - Y']$$

Condiciones del Punto Optimo para el Diseño, por Análisis Marginal (cont)

Resultado Clave:

$$\underbrace{\partial c(\underline{X})}_{\text{costo marginal}} / \partial X_i = \lambda \underbrace{\partial g(\underline{X})}_{\text{producto marginal}} / \partial X_i$$

Condiciones del Punto Optimo:

$MP_i / MC_i = 1 / \lambda = MP_j / MC_j$

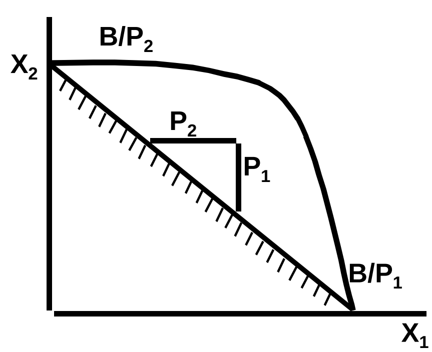
o $MP_i / MP_j = MC_i / MC_j$

Un **Diseño balanceado**

Cada X_i contribuye, Impacto equitativo

Interpretación Gráfica de las Condiciones del Punto Optimo

(A) Función de Costo de Insumos



B = Presupuesto

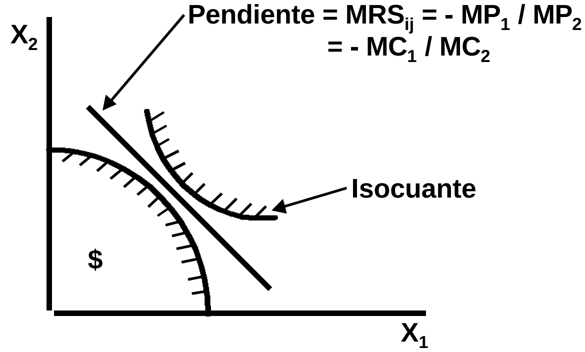
$c(\underline{X}) = \Sigma p_i X_i \leq B$

Caso Lineal:

En general, no lineal
(como en línea curvada)

Interpretación Gráfica de las Condiciones del Punto Optimo (cont)

(B) Condiciones



Aplicación de las Condiciones del Punto Optimo

Problema: $Y = a_0 X_1^{a1} X_2^{a2}$

$c(\underline{X}) = \Sigma p_i X_i$

Nota: Supuesto lineal de la función de costo de insumos
- comúnmente asumida por economistas
- en general, no es valida
  - precios suben con demanda
  - precios mayoristas, descuentos por volúmen

Solución:

$$[a_1 / X_1^*]\ Y / p_1 = [a_2 / X_2^*]\ Y / p_2$$

(* sugiere un valor óptimo)

Sendero de Expansión

- **Locus de todos los diseños óptimos $\underline{X}$***
- **No es una propiedad del sistema técnico únicamente**
- **Depende de los precios locales**
- **Diseños óptimos, generalmente, no mantienen las relaciones entre X_i*óptimos**

  e.j.: tripulación de barco de 20,000 toneladas
  tripulación de barco de 20,0000 toneladas

Cálculo de Sendero de Expansión

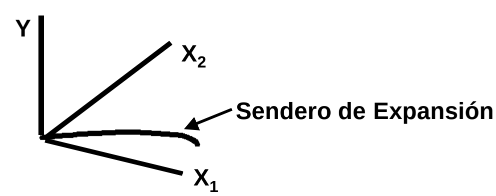
Supone: $Y = 2X_1^{0.48}X_2^{0.72}$
$c(\underline{X}) = X_1 + X_2^{1.5}$
(retornos de escalas positivos)

Condiciones de Punto Optimo:

$(0.48 / X_1)\ Y / 1 = (0.72 / X_2)\ Y / (1.5X_2^{0.5})$
$= MP_i / MC_i$

$\Rightarrow X_1^* = (X_2^*)^{1.5}$

Gráficamente:



Funciones de Costo

- C(Y) = C(<u>X</u>*) = *f* (Y)

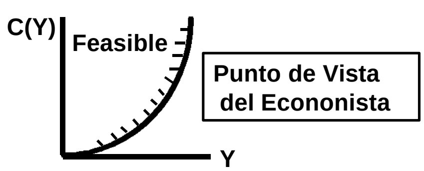
- No es lo mismo que función de costo de insumos

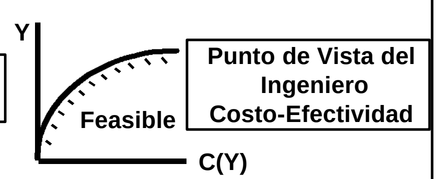
  costo óptimo de Y

  vs. costo de cualquier <u>X</u>

Funciones de Costo (cont)

- Gráficamente:





- Buen uso práctico:

  ¿Cuánto Y para el presupuesto?

  ¿ΔY por ΔB?

  Eficiencia de Costo, ΔB / ΔY

Cálculo de Función de Costo

- **Función de Producción Cobb-Douglas**

  $Y = a_0 \pi X_i^{a_i}$

- **Función lineal de costo de insumos**

  $c(X) = \Sigma p_i X_i$

- **Resultado**

  $C(Y) = A(\pi p_i^{a_i/r}) Y^{1/r}$

  donde $r = \Sigma a_i$

- **Fácil de estimar estadísticamente**

  => Solución para ‘a_i’

  => Estimar la función de producción

  $Y = a_0 \pi X_i^{a_i}$

Cálculo de Función de Costo (cont)

- **Suponga nuevamente:**

  $Y = 2X_1^{0.48} X_2^{0.72}$

  $c(\underline{X}) = X_1 + X_2^{1.5}$

- **Sendero de Expansión:** $X_1^* = (X_2^*)^{1.5}$

  Entonces: $Y = 2(X_2^*)^{1.44}$

  $c(\underline{X}^*) = 2(X_2^*)^{1.5}$

  => $X_2^* = (Y/2)^{0.7}$

  $c(Y) = c(\underline{X}^*) = (2^{-0.05})Y^{1.05}$

Economías de Escala

- Una característica posible de funciones de costo
- Concepto similar al de retornos de escala, excepto
  - relación de 'X_i' no es constante
  - se refiere a costos (economías)
- Economías de Escala existen si sólo los costos aumentan menos que el producto

  Costo Total = $C(Y) = Y^{\propto}$ $\propto < 1.0$

Economías de Escala (cont)

- Nota:

  Si Cobb-Douglas, costos de insumo lineales, retornos de escala positivos

  => Economías de escala

  $r = \Sigma a_i > 1.0$ => $C(Y) = \text{fcn } Y^{1/r}$

En general, no es necesariamente válido

¡¡Ver el otro ejemplo!!